

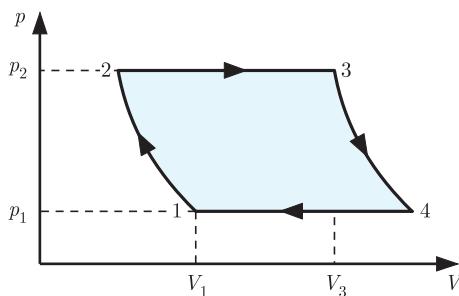
# Machines thermiques

## 7.6 Cycle moteur de Brayton

★★★ Un gaz parfait subit quatre processus réversibles formant le cycle moteur de Brayton (fig. 7.1) :

- 1 → 2 compression adiabatique,
- 2 → 3 expansion isobare,
- 3 → 4 détente adiabatique,
- 4 → 1 contraction isobare.

Les pressions  $p_1$  et  $p_2$  ainsi que les volumes  $V_1$  et  $V_3$  sont supposés connus.



**Fig. 7.1** Diagramme ( $p, V$ ) du cycle moteur de Brayton.

- 1) Déterminer le travail  $W_{3 \rightarrow 4}$  réalisé sur l'environnement lors de la détente adiabatique  $3 \rightarrow 4$ .
- 2) Déterminer la chaleur  $Q_{2 \rightarrow 3}$  fournie au gaz lors de l'expansion isobare  $2 \rightarrow 3$ .
- 3) Déterminer la variation d'entropie  $\Delta S_{4 \rightarrow 1}$  lors de la contraction isobare  $4 \rightarrow 1$ .
- 4) Esquisser le diagramme ( $T, S$ ) du cycle.

## 7.9 Cycle d’Otto

★★★★ Le cycle d’Otto est un modèle de moteur à combustion qui représente le mode opératoire de la plupart des moteurs à combustion non diesel. Il est constitué de quatre processus lorsque le moteur est modélisé comme un système fermé, et de deux processus isobares supplémentaires lorsque le système est ouvert. Ces deux processus correspondent à l’admission d’air et à l’échappement des gaz. Ainsi, on a,

- $0 \rightarrow 1$  admission isobare d’air,
- $1 \rightarrow 2$  compression adiabatique,
- $2 \rightarrow 3$  compression isochore,
- $3 \rightarrow 4$  détente adiabatique,
- $4 \rightarrow 1$  décompression isochore,
- $1 \rightarrow 0$  échappement isobare des gaz.

Supposer que les processus adiabatiques sont réversibles et que le gaz est un gaz parfait caractérisé par le coefficient  $c$  (5.78) et le coefficient  $\gamma = (c + 1)/c$ . Les valeurs suivantes de certaines variables d’état sont supposées connues : la pression  $p_1$ , les volumes  $V_1 = V_4$  et  $V_2 = V_3$ , la température  $T_3$  et le nombre de moles  $N$  d’air à l’admission. Analyser ce cycle en utilisant les instructions suivantes.

- 1) Esquisser le diagramme  $(p, V)$  du cycle en représentant aussi les processus d’admission et d’échappement.
- 2) Esquisser le diagramme  $(T, S)$  du cycle sans représenter les processus d’admission et d’échappement.
- 3) Décrire ce que le moteur fait durant chaque processus.
- 4) Expliquer pourquoi un échange d’air avec l’extérieur est nécessaire.
- 5) Sur les diagrammes  $(p, V)$  et  $(T, S)$  déterminer les relations entre les aires délimitées par les cycles, le travail  $W$  et la chaleur  $Q$  par cycle.
- 6) Déterminer toutes les variables d’état aux points 1, 2, 3 et 4 du cycle, c’est-à-dire trouver  $p_2$ ,  $p_3$ ,  $p_4$ ,  $T_2$  et  $T_4$ .
- 7) Déterminer le travail  $W$  effectué par cycle et la chaleur  $Q$  échangée durant un cycle.
- 8) Déterminer le rendement du cycle d’Otto,

$$\eta_O = -\frac{W}{Q^+}$$

où  $Q^+ = Q_{2 \rightarrow 3}$ .

## 7.10 Cycle d’Atkinson

★★★★ James Atkinson était un ingénieur anglais qui a conçu plusieurs moteurs à combustion. Le cycle thermodynamique qui porte son nom est une

modification du cycle d’Otto conçue pour améliorer son rendement. Le prix à payer pour parvenir à un meilleur rendement est une diminution du travail réalisé par le gaz sur l’environnement durant un cycle. Le cycle idéalisé d’Atkinson est constitué des six processus réversibles suivants :

- $1 \rightarrow 2$  : compression adiabatique,
- $2 \rightarrow 3$  : compression isochore,
- $3 \rightarrow 4$  : expansion isobare,
- $4 \rightarrow 5$  : détente adiabatique,
- $5 \rightarrow 6$  : décompression isochore,
- $6 \rightarrow 1$  : contraction isobare.

On suppose que les processus adiabatiques sont réversibles et que le cycle a lieu sur un gaz parfait qui est caractérisé par,

$$pV = NRT \quad U = cNRT \quad \gamma = \frac{c+1}{c}$$

Les grandeurs physiques suivantes qui caractérisent le cycle sont supposées connues : les volumes  $V_1, V_2$  et  $V_6$ , les pressions  $p_1$  et  $p_3$ , la température  $T_5$  et le nombre de moles  $N$  de gaz. Analyser ce cycle en utilisant les instructions suivantes.

- 1) Esquisser le diagramme ( $p, V$ ) du cycle d’Atkinson.
- 2) Déterminer les pressions  $p_2, p_4, p_5, p_6$ , les volumes  $V_3, V_4, V_5$  et les températures  $T_1, T_2, T_3, T_4, T_6$ , en termes des grandeurs physiques connues.
- 3) Déterminer les travaux  $W_{1 \rightarrow 2}, W_{2 \rightarrow 3}, W_{3 \rightarrow 4}, W_{4 \rightarrow 5}, W_{5 \rightarrow 6}, W_{6 \rightarrow 1}$  et le travail  $W$  effectué par cycle.
- 4) Déterminer les transferts de chaleur  $Q_{1 \rightarrow 2}, Q_{2 \rightarrow 3}, Q_{3 \rightarrow 4}, Q_{4 \rightarrow 5}, Q_{5 \rightarrow 6}, Q_{6 \rightarrow 1}$  et la chaleur  $Q^+ = Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4}$  fournie au gaz.
- 5) Déterminer le rendement du cycle d’Atkinson,

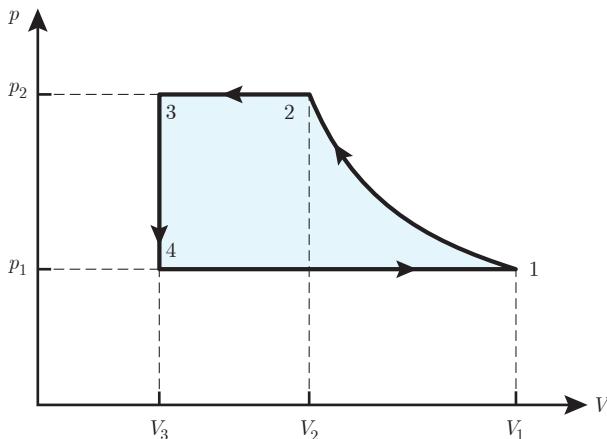
$$\eta_A = -\frac{W}{Q^+}$$

## 7.11 Cycle calorifique

**★★★★★** Un gaz parfait caractérisé par le coefficient  $c$  (5.78) et par le coefficient  $\gamma = (c+1)/c$  subit un cycle calorifique constitué de quatre processus réversibles (fig. 7.2) :

- $1 \rightarrow 2$  : compression adiabatique,
- $2 \rightarrow 3$  : contraction isobare,
- $3 \rightarrow 4$  : décompression isochore,
- $4 \rightarrow 1$  : expansion isobare.

Analyser ce cycle en utilisant les instructions suivantes.



**Fig. 7.2** Diagramme ( $p, V$ ) du cycle calorifique

- 1) Déterminer le volume  $V_2$  en termes du volume  $V_1$  et des pressions  $p_1$  et  $p_2$ .
- 2) Déterminer la variation d'entropie  $\Delta S_{2 \rightarrow 3}$  durant la contraction isobare.
- 3) Déterminer la chaleur échangée  $Q_{2 \rightarrow 3}$  durant la contraction isobare.
- 4) Supposer à présent qu'au lieu d'un gaz parfait on a utilisé un fluide qui est entièrement dans un état gazeux au point 2 et entièrement dans un état liquide au point 3. La contraction isobare  $2 \rightarrow 3$  est alors une transition de phase qui a lieu à la température  $T$  et qui est caractérisée par la chaleur latente molaire de vaporisation  $\ell_{\ell \rightarrow g}$ . Déterminer la variation d'entropie  $\Delta S_{2 \rightarrow 3}$  durant la transition de phase en termes du nombre de moles  $N$  de fluide, du volume  $V_2$ , de la pression  $p_2$  et de la chaleur latente molaire de vaporisation  $\ell_{\ell \rightarrow g}$ , en supposant que  $pV = NRT$  dans la phase gazeuse.

## 7.12 Cycle de Carnot progressif

★★★ Un système simple constitué de  $N$  moles de gaz parfait monoatomique homogène est contenu dans un cylindre fermé. Durant chaque cycle ditherme, le gaz parfait est mis en contact avec une source chaude fermée, qui est un réservoir à température fixée  $T^+$ , et avec une source froide fermée et rigide qui est constituée de  $N$  moles de gaz parfait diatomique homogène. La source froide n'est pas un réservoir de chaleur. Ainsi, la température de la source froide varie d'un cycle au suivant dû au transfert de chaleur avec le système. Toutefois, dans ce modèle, on fait l'approximation que la température de la source froide est constante durant chaque cycle. Cela est le cas si le cycle est suffisamment petit pour être considéré comme quasiment infinitésimal. Au début du  $n^{\text{e}}$  cycle, la température de la source froide est  $T^- (n)$ . Durant ce cycle, le gaz parfait monoatomique subit les quatre processus réversibles formant le cycle réversible moteur de Carnot (fig. 7.3) :

- $1 \rightarrow 2$  détente isotherme à température  $T^+$ ,
- $2 \rightarrow 3$  détente adiabatique,
- $3 \rightarrow 4$  compression isotherme à température  $T^-(n)$ ,
- $4 \rightarrow 1$  compression adiabatique.

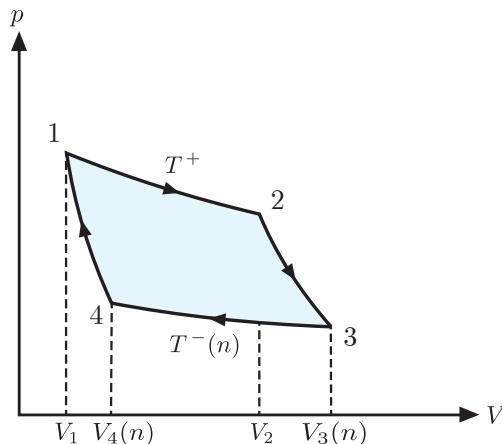
La capacité thermique isochore  $C_V$  des  $N$  moles de gaz monoatomique dans le système et la capacité thermique isochore  $C_V^-(n)$  des  $N$  moles de gaz diatomique dans la source froide durant le  $n^e$  cycle s'écrivent,

$$C_V = c NR = \frac{3}{2} NR \quad \text{et} \quad C_V^-(n) = c^-(n) NR$$

En raison des degrés de liberté internes aux molécules, la capacité thermique isochore de la source froide change brusquement en fonction de la température. On modélise cela en considérant que durant les  $n_0 - 1$  premiers cycles, c'est-à-dire  $n < n_0$ , le gaz parfait de la source froide est diatomique rigide et que, à partir du  $n_0^e$  cycle, c'est-à-dire  $n \geq n_0$ , il devient diatomique vibrant,

$$c^-(n) = \begin{cases} \frac{5}{2} & \text{si } n < n_0 \\ \frac{7}{2} & \text{si } n \geq n_0 \end{cases}$$

Les grandeurs suivantes sont supposées connues : la température  $T^+$  de la source chaude, la température  $T^-(n)$  de la source froide au début du  $n^e$  cycle, les volumes  $V_1$  et  $V_2$ , le nombre  $N$  de moles de gaz parfait, les nombres de cycles  $n$  et  $n_0$ , la constante  $c^-(n)$ .



**Fig. 7.3** Diagramme ( $p, V$ ) du  $n^e$  cycle de Carnot progressif.

Analyser ce cycle en utilisant les instructions suivantes.

- 1) Esquisser qualitativement le diagramme ( $T, S$ ) du  $n^e$  cycle en indiquant les états 1 à 4 et en définissant l'orientation du cycle avec des flèches.

- 2) Déterminer la chaleur  $Q^-(n)$  restituée à la source froide à température  $T^-(n)$  durant le  $n^e$  cycle.
- 3) Déterminer le travail  $W(n)$  effectué sur le système durant le  $n^e$  cycle.
- 4) Déterminer la variation d'enthalpie  $\Delta H_{2 \rightarrow 3}(n)$  du système lors de la détente adiabatique  $2 \rightarrow 3$  durant le  $n^e$  cycle.
- 5) Montrer que l'accroissement de température  $\Delta T^-(n)$  de la température de la source froide lors du  $n^e$  cycle s'écrit,

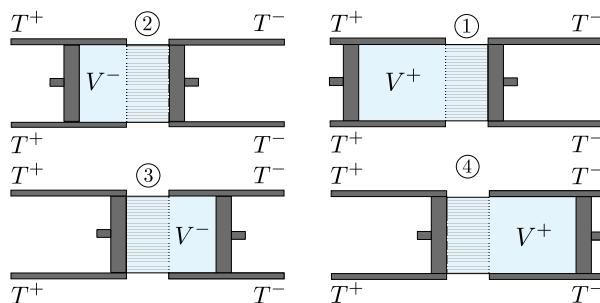
$$\Delta T^-(n) = \lambda(n) T^-(n)$$

et déterminer le coefficient  $\lambda(n) > 0$ .

- 6) En déduire les températures de la source froide  $T^-(n_0)$  et  $T^-(n_1)$  au début des  $n_0^e$  et  $n_1^e$  cycles, où  $n_1 > n_0$ , en termes de sa température initiale  $T^-(1)$  au début du 1<sup>er</sup> cycle.
- 7) Durant le 5<sup>e</sup> cycle, en supposant  $n_0 > 5$ , on constate que le rendement  $\eta_C(5)$  du moteur fonctionnant selon ce cycle de Carnot progressif a diminué de 20% par rapport au rendement  $\eta_C(1)$  durant le 1<sup>er</sup> cycle. Déterminer le rapport des volumes  $V_2/V_1$  en termes de la température  $T^-(1)$  de la source froide au début du 1<sup>er</sup> cycle. En déduire la température au début du 5<sup>e</sup> cycle.

### 7.13 Machine de Stirling à deux compartiments

★★★ Dans une machine Stirling opérant un cycle calorifique, un gaz parfait est enfermé par deux pistons dans un cylindre métallique d'axe horizontal (fig. 7.4).



**Fig. 7.4** États caractéristiques du cycle calorifique d'une machine de Stirling. Les parois de gauche et de droite sont les sources de chaleur à températures  $T^+$  et  $T^-$ . Les surfaces striées représentent la grille séparant les deux compartiments. La grille n'est pas en contact thermique avec l'environnement.

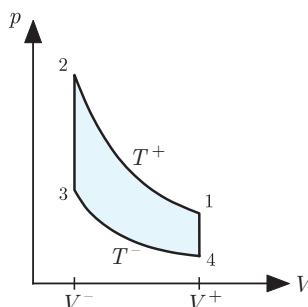
Les parois disjointes du cylindre, représentées en gris foncé, sont les sources de chaleur à température  $T^+$  et  $T^-$ . Les deux compartiments dans lesquels

se trouve le gaz sont séparés par une grille, qui fait office de paroi perméable représentée avec des stries, à travers laquelle passe le gaz lors du mouvement des pistons. Dans les deux compartiments, considérés comme des sous-systèmes simples, le gaz parfait, caractérisé par le coefficient  $c$  (5.78), subit un cycle calorifique de Stirling constitué de quatre processus (fig.7.5) :

- $1 \rightarrow 2$  : compression isotherme à la température  $T^+$  des parois de gauche ;
- $2 \rightarrow 3$  : décompression à travers la grille d'un volume initial  $V^-$  à pression constante  $p_2$  à gauche à un volume final  $V^-$  à pression constante  $p_3$  à droite ;
- $3 \rightarrow 4$  : détente isotherme à la température  $T^-$  des parois de droite ;
- $4 \rightarrow 1$  : compression à travers la grille d'un volume initial  $V^+$  à pression constante  $p_4$  à droite à un volume final  $V^+$  à pression constante  $p_1$  à gauche.

Analyser ce cycle en utilisant les instructions suivantes.

- 1) Déterminer le travail  $W_{2 \rightarrow 3}^+$  effectué par le piston de gauche sur le gaz à pression constante  $p_2$  et le travail  $W_{2 \rightarrow 3}^-$  réalisé par le gaz sur le piston de droite à pression constante  $p_3$  lors de la décompression d'un volume initial  $V^-$  à gauche à un volume final  $V^-$ . En déduire le travail  $W_{2 \rightarrow 3} = W_{2 \rightarrow 3}^+ + W_{2 \rightarrow 3}^-$  effectué par les pistons sur le gaz et l'exprimer en fonction des températures  $T^+$  et  $T^-$  des deux sources de chaleur.
- 2) Déterminer le travail  $W_{4 \rightarrow 1}^-$  effectué par le piston de droite sur le gaz à pression constante  $p_4$  et le travail  $W_{4 \rightarrow 1}^+$  réalisé par le gaz sur le piston de gauche à pression constante  $p_1$  lors de la compression d'un volume initial  $V^+$  à droite à un volume final  $V^+$ . En déduire le travail  $W_{4 \rightarrow 1} = W_{4 \rightarrow 1}^+ + W_{4 \rightarrow 1}^-$  réalisé par le gaz sur les pistons et l'exprimer en fonction des températures  $T^+$  et  $T^-$  des deux sources de chaleur.
- 3) Déterminer la variation d'énergie interne  $\Delta U_{2 \rightarrow 3}$  durant la décompression et la variation d'énergie interne  $\Delta U_{4 \rightarrow 1}$  durant la compression.
- 4) Déterminer la chaleur  $Q_{2 \rightarrow 3}$  fournie au gaz par les sources de chaleur durant la décompression et la chaleur  $Q_{4 \rightarrow 1}$  restituée aux sources de chaleur par le gaz durant la compression.



**Fig. 7.5** Diagramme ( $p, V$ ) du cycle de Stirling calorifique pour un gaz parfait.

- 5) Montrer que les variations d'enthalpie sont les chaleurs échangées entre les sources de chaleur et le gaz parfait,

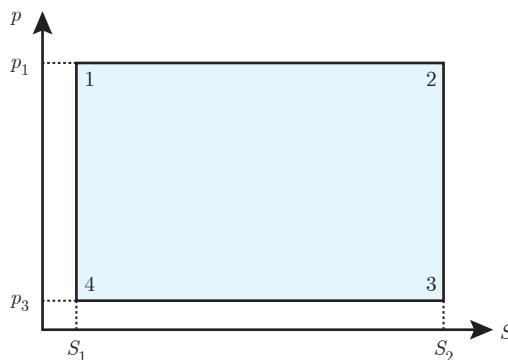
$$\Delta H_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} \quad \text{et} \quad \Delta H_{4 \rightarrow 1} = Q_{4 \rightarrow 1}$$

## 7.14 Cycle de Rankine

★★★ Un gaz parfait caractérisé par le coefficient  $c$  (5.78) et par le coefficient  $\gamma = (c + 1) / c$  subit un cycle moteur de Rankine constitué de quatre processus réversibles :

- $1 \rightarrow 2$  : expansion isobare,
- $2 \rightarrow 3$  : détente adiabatique,
- $3 \rightarrow 4$  : contraction isobare,
- $4 \rightarrow 1$  : compression adiabatique.

Ainsi, le cycle est représenté par un rectangle dans un diagramme  $(p, S)$  (fig.7.6).



**Fig. 7.6** Diagramme  $(p, S)$  d'un cycle de Rankine pour un gaz parfait.

Analyser ce cycle en utilisant les instructions suivantes.

- 1) Esquisser le diagramme  $(p, V)$  du cycle de Rankine pour un gaz parfait.
- 2) Déterminer les travaux effectués  $W_{1 \rightarrow 2}$ ,  $W_{2 \rightarrow 3}$ ,  $W_{3 \rightarrow 4}$  et  $W_{4 \rightarrow 1}$  et le travail effectué durant un cycle  $W$  en termes des enthalpies  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$  et  $H_4$ .
- 3) Déterminer la chaleur fournie au réservoir chaud  $Q^+ = Q_{1 \rightarrow 2}$  en termes des enthalpies  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$  et  $H_4$ .
- 4) Déterminer le rendement du cycle de Rankine pour un fluide parfait défini comme,

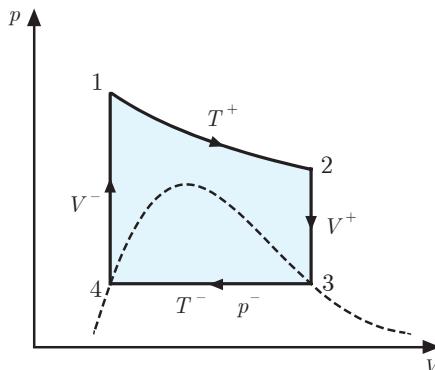
$$\eta_R = - \frac{W}{Q^+}$$

## 7.17 Cycle de Stirling pour un fluide biphasique

★★★ Un fluide de van der Waals constitué de  $N$  moles est contenu dans un cylindre fermé. Le cycle moteur de Stirling que subit le fluide biphasique est formé de quatre processus :

- $1 \rightarrow 2$  détente isotherme réversible à température  $T^+$ ,
- $2 \rightarrow 3$  décompression isochore réversible à volume  $V^+$ ,
- $3 \rightarrow 4$  condensation à température  $T^-$  et pression  $p^-$ ,
- $4 \rightarrow 1$  compression isochore réversible à volume  $V^-$ .

La courbe de saturation est représentée en traitillé. Les valeurs suivantes de certaines fonctions d'état et paramètres sont supposées connues : la température  $T^+$  de la source chaude, la température  $T^-$  de la source froide, les volumes  $V^+$  et  $V^-$ , le nombre  $N$  de moles et la chaleur latente molaire de vaporisation  $\ell_{\ell \rightarrow g}$  (fig. 7.7).



**Fig. 7.7** Diagramme ( $p, V$ ) du cycle moteur de Stirling pour un fluide biphasique.

Analyser ce cycle en utilisant les instructions suivantes.

- 1) Déterminer la variation de pression  $\Delta p$  du fluide de van der Waals durant un cycle.
- 2) Déterminer la chaleur  $Q_{1 \rightarrow 2}$  fournie au fluide de van der Waals durant la détente isotherme.
- 3) Déterminer la variation d'énergie libre  $\Delta F_{1 \rightarrow 2}$  du fluide de van der Waals durant la détente isotherme.
- 4) Déterminer la variation de l'enthalpie  $\Delta H_{2 \rightarrow 3}$  du fluide de van der Waals durant la décompression isochore en précisant son signe.
- 5) Exprimer la variation d'enthalpie  $\Delta H_{3 \rightarrow 4}$  du fluide de van der Waals durant la condensation, qui est une transition de phase à pression constante  $p^-$  ayant lieu lorsque le fluide est en contact avec un réservoir de travail, en termes de la chaleur latente molaire de vaporisation  $\ell_{\ell \rightarrow g}$  en précisant son signe.

- 6) Déterminer la variation d'entropie  $\Delta S_{4 \rightarrow 1}$  du fluide de van der Waals durant la compression isochore en précisant son signe.
- 7) Déterminer la variation d'énergie de Gibbs  $\Delta G_{3 \rightarrow 4}$  durant la condensation dans le cas particulier où les potentiels chimiques du gaz et du liquide s'écrivent  $\mu_g = \mu_0 (N_g - N_\ell)$  et  $\mu_\ell = \mu_0 (N_\ell - N_g)$  où  $N_g$  et  $N_\ell$  sont les nombres de moles de gaz et de liquide de van der Waals et  $\mu_0 = \text{cste} > 0$ .